

Bài I (2 điểm). Cho $A = \frac{3\sqrt{x}+9}{x-9}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$ ($x \geq 0; x \neq 9$).

- 1) Tính giá trị của A khi $x = 4$
- 2) Chứng tỏ bt B luôn dương
- 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{B}{A}$.

1. Thay $x = 4$ vào A (0,25đ) Tính giá trị A = -3 (0,25đ)

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$$

$$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - (3x+9)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \quad 0,25đ$$

$$2. = \frac{x-3\sqrt{x}+2x+6\sqrt{x}-3x-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \quad 0,25đ$$

$$= \frac{3\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \quad 0,25đ$$

$$= \frac{3}{\sqrt{x}+3} \quad 0,25đ$$

=> biểu thức B luôn dương.....

$$3. \frac{B}{A} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} \quad (0,25đ)$$

Tìm GTNN -1 khi $x = 0$ (0,25đ)

Bài II (2 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Tìm một số tự nhiên có hai chữ số biết rằng tổng các bình phương hai chữ số của số đó bằng 20. Mặt khác khi đổi chỗ hai chữ số của số đó cho nhau ta được số mới lớn hơn số ban đầu 18 đơn vị.

Gọi số tự nhiên có hai chữ số cần tìm là \overline{ab} ($0 < a \leq 9, 0 < b \leq 9, a, b \in \mathbb{N}$) (0,5đ)

Tổng các bình phương hai chữ số của số đó bằng 20 ta có pt

$$a^2 + b^2 = 20 \quad (1) \quad (0,25đ)$$

Khi đổi chỗ hai chữ số của số đó cho nhau ta được số mới lớn hơn số ban đầu 18 đơn vị ta có pt:

$$\overline{ba} - \overline{ab} = 18$$

$$\Rightarrow b - a = 2 \quad (2) \quad (0,25đ)$$

Từ (1) và (2) ta có hpt

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 20 \\ b - a = 2 \end{cases} \quad (0,25đ)$$

Giải hệ tìm được $a = 2, b = 4$ (0,5đ)

Vậy số tự nhiên cần tìm là 24 (0,25đ)

Bài III: (2 điểm)

1) Giải phương trình: $(2x + 1)^4 - 8(2x + 1)^2 - 9 = 0.$

2) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + my = 2 \\ mx - 2y = 1 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m = 2$

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ mà $x > 0$ và $y < 0$

Đáp án: 1 - 1 điểm 2- 1 điểm

1) Giải phương trình:

Đặt $(2x + 1)^2 = t$ ($t \geq 0$)

$$t^2 - 8t - 9 = 0$$

$$a - b + c = 0$$

$$t = -1(\text{loại})$$

$$t = 9 \text{ (tm)} \quad 0,5\text{điểm}$$

$$2\sqrt{x} + 1 = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$2\sqrt{x} + 1 = -3 \Rightarrow \text{vn} \quad 0,5\text{điểm}$$

2) a) Thay $m = 2$ giải ra được $x = 1; y = \frac{1}{2}$ (0,5 điểm)

$$b) \begin{cases} x + my = 2 \\ mx - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - my \\ m(2 - my) - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - my \\ (m^2 + 2)y = 2m - 1(*) \end{cases}$$

hpt có nghiệm duy nhất với mọi giá trị của m (vì $m^2 + 2 > 0$)

nghiệm duy nhất là: $x = \frac{m+4}{m^2+2}$ và $y = \frac{2m-1}{m^2+2}$ (0,25 điểm)

$$\begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m+4}{m^2+2} > 0 \\ \frac{2m-1}{m^2+2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+4 > 0 \\ 2m-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < \frac{1}{2} \quad (0,25\text{ điểm})$$

Bài IV

a – 0,75 điểm b – 1 điểm c – 1 điểm d – 0,5 điểm - hv 0,25 đ

a) Chứng minh tứ giác EHFC là hình cn

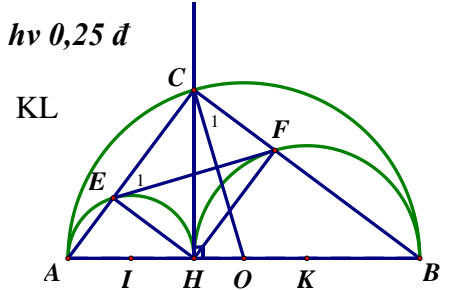
chỉ ra được 3 góc vuông 0,5

tứ giác là hcn 0,25

b) Chứng minh: $CE \cdot CA = CH^2$ 0,5

$CF \cdot CB = CH^2$

$\Rightarrow CE, CA = CF \cdot CB$ 0,5



c) Chứng minh góc $E_1 =$ góc CHF

CHF = góc CBA

$\Rightarrow E_1 = B$ 0,25

Chứng minh được $E_1 = C_1 = B$ 0,25

Kết luận ra CO vuông góc EF 0,25

\Rightarrow tam giác CMN cân. 0,25 điểm

d) Chu vi tam giác OHC = OH + OC + HC Chu vi lớn nhất khi OH + HC lớn nhất.

$$(OH + OC)^2 \leq (1^2 + 1^2)(OH^2 + OC^2) \quad (0,25đ)$$

$$(OH + OC)^2 \leq 2R^2$$

$$OH + OC \leq R\sqrt{2}$$

Vậy chu vi tam giác OHC lớn nhất là $R + R\sqrt{2}$ khi $OH = HC = R \frac{\sqrt{2}}{2}$ (0,25đ)

Bài IV Ta có:

$$\frac{1}{1+a} = \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} \geq 2\sqrt{\frac{bc}{(1+b)(1+c)}}$$

$$\frac{1}{1+b} = \frac{a}{1+a} + \frac{c}{1+c} \geq 2\sqrt{\frac{ac}{(1+a)(1+c)}} \quad 0,25$$

$$\frac{1}{1+c} = \frac{b}{1+b} + \frac{a}{1+a} \geq 2\sqrt{\frac{ba}{(1+b)(1+a)}}$$

Nhân từng vế: $Q = abc \leq \frac{1}{8}$

MinQ = 1/8 khi $a = b = c = \frac{1}{2}$ 0.25